О Т З Ы В

официального оппонента
о диссертации Якубенко Ильи Павловича
"Оптимальное управление линейной системой со случайными коэффициентами
и квадратичным критерием качества"
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа И.П.Якубенко посвящена исследованию задачи оптимизации с квадратичным критерием качества для линейного дифференциального уравнения со случайным коэффициентом. Тема диссертации лежит в русле направления, развиваемого В.Г.Задорожним и является актуальной и интересной.

Автор строит и исследует три основных постановки задач, обобщающих классическую задачу минимизации функционала

$$\hat{J}(x(t), u(t)) = \frac{1}{2}\int_0^{t_1} u^2(s)\,ds + \frac{1}{2}cx^2(t_1) \to \inf, \tag{1}$$

где $x(t)$ является решением задачи

$$\dot{x}(t) = \epsilon(t)x(t) + u(t), \qquad x(0) = x_0 \tag{2}$$

на случай, когда коэффициент $\epsilon(t)$ в уравнении (2) является случайным процессом.

К сожалению, в тексте диссертации эти постановки сформулированы очень плохо, поэтому мне придется несколько артикулировать суть этих постановок.

Первая из них – самая простая, ее можно было бы назвать "квази-детерминированной": если $\epsilon(t)$ является случайным процессом, решить детерминированную задачу (1)-(2), заменив этот коэффициент его математическим ожиданием.

Вторую можно было бы назвать задачей "равномерной оптимизации". Она состоит в том, что мы для каждой реализации $\epsilon(t)$ решаем задачу (1)-(2). При этом формулы получаются в точности такие же, как и для детерминированного случая, изменяется только смысл: значения функционала (1) оказываются случайной величиной, и речь идет о минимизации по всем реализациям этой случайной величины.

Третья задача – задача "интегральной оптимизации", когда мы в (1) вместо случайных процессов пишем их математические ожидания. Тогда функционал восстанавливает статус детерминированной величины, но меняет свой смысл.

Для того, чтобы сравнить результаты этих трех оптимизаций, во второй задаче автор вычисляет, на найденном решении, значение функционала (а значит – математических ожиданий управления и решения) из третьей задачи, для первой же задачи, которая является детерминированной, значение функционала считается совпадающим со значением этого же функционала, рассматриваемого как случайный, но с единственным значением, имеющим полную вероятность.

Все три задачи автор решает аналитически и численно, показывая степень различия между полученными результатами.

Кроме того, в четвертой главе автор рассматривает ещё одну задачу (пожалуй, самую трудную и самую интересную из изученных им), в которой минимизируются функционалы, содержащие уже не первые, а вторые моментные функции. Для этой задачи также получено аналитическое (в терминах решения некоторого уравнения Фредгольма) и численное решение.

Все полученные автором результаты являются новыми. Их обоснование приводится полностью и достаточно убедительно.

Замечания.

- Автор как-то невнятно обсуждает связь между полученными формулами для математического ожидания. Фактически все они имеют одну и ту же конструкцию, с той только разницей, что в формулах для задачи равномерной оптимизации (в диссертации это формулы (2.1.12)-(2.1.13)) математическое ожидание стоит "снаружи", для задачи интегральной оптимизации (это формулы (2.1.22)-(2.1.23)) математическое ожидание "переехало" под знак экспоненты, а в задаче квази-детерминированной оно пошло еще дальше, перебравшись уже под знак интеграла. Думаю, что подчеркнуть этот феномен было бы нелишним, поскольку он связывает формулы совершенно понятным отношением – отношением между матожиданием от некоего преобразования и преобразованием от матожидания.

- Имеется ряд некорректно выраженных мыслей, что заставляет читателя догадываться, что имеет в виду автор. Например, в начале 6-го параграфа 2-й главы на стр. 28 автор пишет: "Будем считать, что точное решение задачи Коши (имеется в виду задача $\dot{x} = f(t, x)$, $x(t_0) = x_0$) неизвестно."Что это значит? Оно прекрасно известно – как решение интегрального уравнения методом последовательных приближений. Вроде бы в математике считать определение объекта через операцию предельного перехода в последние как минимум 200 лет считается нормой. Что тут неизвестного? И далее: "В реальном мире, естественно, вместо этой задачи естественно решать задачу..."(и далее формулируется задача со случайным коэффициентом)". Автор просто запутывает мысль, которая проста и понятна: поскольку правая часть уравнения может не быть заданной явно, а измерения, прямые или косвенные, любых физических зависимостей дают нам определенный "разброс" значений, оказывается естественным эту неточность измерений моделировать в терминах случайных величин и случайных процессов. И далее по тексту. Точно так же запутывает читателя подпись под рис.10-11 на стр. 46-47 "обычное численное решение ДУ со случайным процессом". Что это за "обычный порошок"? Вместо того, чтобы написать, "численное решение ДУ со случайно заданной конкретной реализацией $\epsilon(t)$". Кстати, ничего "обычного" здесь нет.

- Странно, что автор, проделав столь большую работу, не рассмотрел задачу, которая, безусловно, является наиболее интгригующей из всех: задачу о минимизации дисперсии. Совершенно понятно, что в различных экономических рассмотрениях самым ценным оказывается не столько то, куда именно мы идем, сколько то, в какой мере определенным является наше движение в том или ином направлении. Думаю, что имеет смысл рассмотреть эту задачу в будущем.

- Имеется довольно много описок и опечаток, искажающих математический смысл текста (на стр. 8_1 и $19_{4,1}$ в определении моментной функции стоят совершенно не нужные там запятые, на стр. 17^5 в определении функционал действует из X неизвестно куда, на стр. 19^{10} у функционала ϕ стоит индекс e вместо ϵ, на стр. 26_7 вместо $z(v, w, t, t_0)$ стоит $z(v, w, t_0, t_0)$, в подписях к рис. 21 на стр. 70, рис. 29 на стр. 81, рис. 38 на стр. 92 должно стоять "матожидание траектории" , а не "матожидание управления").

Перечисленные замечания не влияют на общую оценку работы, которая, безусловно, является законченным исследованием, в котором автор полностью решил поставленные перед ним задачи. Основные результаты диссертации своевременно и полностью опубликованы в ведущих рецензируемых журналах, в том числе из "Перечня" ВАК. Работа прошла апробацию на ряде конференций. Автореферат полностью и правильно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертационная работа И.П.Якубенко удовлетворяет всем требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент
доктор физико-математических наук,
доцент,
профессор кафедры дифференциальных уравнений
Московского государственного университета
имени М.В. Ломоносова А.В.Боровских

03.06.2015

Адрес: 119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д. 1, МГУ,
механико-математический факультет, кафедра дифференциальных уравнений
Телефон: +7-(495)-939-16-31.
E-mail: bor.bor@mail.ru

Подпись Боровских А.В.
Заверяю Пигарёв
Нач. отд. к. Пигарёв